

Ta

Exercice 1:

1) Il y a 3 lettres qui peuvent chacune prendre 3 valeurs:

$$3 \times 3 \times 3 = \boxed{27}$$

Il peut avoir au maximum 27 cartes.

2) a) Soit le nombre de la carte M  $a_1 b_1 c_1$  et celui de

N  $a_2 b_2 c_2$ . Soit P, celui de  $a_3 b_3 c_3$ .

\*  ~~$a_1$  peut être égal à  $a_2$  et  $a_3$ , si  $b_1 \neq b_2 \neq b_3$  ou~~

~~$a_1$  peut être égal à  $a_2$  si  $b_1 \neq b_2$  ou  $c_1 \neq c_2$ .~~

De même,  $a_3$  peut être égal à  $a_1$  et  $a_2$ , si  $b_3 \neq b_1$  et  $c_3 \neq c_2$  ou si  $b_3 \neq b_2$  et  $c_3 \neq c_1$ .

Le chiffre de la position a peut donc être identique pour M, N et P, et cela peut être possible pour b et c également.

On sait qu'il peut avoir trois valeurs possibles pour chaque chiffre. Donc, il est possible que les chiffres de la même position de M, N et P soient différents, puisqu'on ne peut retrouver le même chiffre dans deux positions différentes.

b) [147] et [258] n'ont aucun chiffre en commun. On retrouve sur la même droite [369].

[159] et [258] ont le chiffre 5 en commun. Les chiffres de position a et c sont différents. On retrouve sur la même droite [357].

c) On sait que  $M$ ,  $N$  et  $P$  sont alignés. Donc  $M$  appartient à la droite  $(NP)$ .

d) On suppose qu'il existe une carte  $Q$ , de nombre  $a_4 b_4 c_4$  sur la droite  $(MN)$ .

~~Alors,  $a_4$  est forcément identique à~~

- les chiffres de position  $a$  ne peuvent être tous différents :  
il y a 4 cartes alors pour 3 valeurs possibles.

Donc les chiffres de position  $a$  sont identiques :  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$

- les chiffres de position  $b$  ne peuvent tous être différents, puisqu'il y a 4 chiffres et  $b$  ne peut que prendre 3 valeurs.

Donc les chiffres de position  $b$  sont identiques :

$$b_1 = b_2 = b_3 = b_4$$

- les chiffres de position  $c$ , pour les mêmes raisons, ne peuvent être différents.

Ils sont donc identiques :  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4$

Or, si les chiffres de chaque position sont identiques, il y a 4 cartes identiques, ce qui n'est pas possible.

Donc, il n'existe pas de carte  $Q$  différente de  $M$ ,  $N$  et  $P$  sur la droite  $(MN)$ .

e)

3) a) [247] et [347] ont 4 et 7 en commun.

[157] et [167] ont 7 en commun et 1 en commun.

La carte d'intersection est [147].

b) ~~Elle approchent à :~~

~~Si a reste identique : il y a  $3^2$  possibilités pour b et c.~~

~~Si b reste identique :  $3^2$  6 possibilités pour a et c~~

• des cartes de la droite peuvent être de chiffres complètement différentes (aucun des 3 chiffres n'est identique) :

• il y a  $2^3$  possibilités de cartes, car les chiffres ne peuvent prendre que 2 valeurs : 1, 4 et 7 étant déjà prises.

$$8 \div 2 = 4 \text{ droites}$$

• les cartes peuvent avoir un chiffre en commun :

→ si a est en commun :

• il y a  $2^2$  possibilités de cartes autre que [147]

$$\frac{4}{2} = 2 \text{ droites}$$

→ de même pour b et c :

4 droites

• deux chiffres en commun :

→ si a et b sont identiques :

1 droite possible

→ de même pour b et c, et a et c :

2 droites

Il peut donc avoir 13 droites ( $4 + 2 + 4 + 1 + 2 = 13$ )

c) des droites  $([147][148][149])$  et  $([247][248][249])$   
n'ont aucune corde commune.

4) a) la corde appartenant à la droite  $([159][248])$  est  $[367]$ .  
la corde appartenant à la droite  $([159][257])$  est  $[358]$ .  
la corde appartenant à la droite  $([248][257])$  est  $[269]$ .  
Les cordes contenues dans ~~l'espace~~ le plan  $([159][248][257])$   
sont  $[159], [248], [257], [367], [358], [269]$ .

b) des droites contenues dans le plan sont :

$([159][248][367])$

$([159][257][358])$

$([248][257][269])$

exercice 2 :

1) Premier carré :

$$1 + 2 + 4 + 5 = 12$$

$$2 + 3 + 5 + 6 = 16$$

$$A + B + D + E \neq B + C + E + F$$

Ce n'est pas un carré harmonien.

Deuxième carré :

$$4 + 9 + 3 + 5 = 21$$

$$9 + 2 + 5 + 7 = 23$$

$$A + B + D + E \neq B + C + E + F$$

Ce n'est pas un carré harmonien.

Troisième carré :

$$3 + 4 + 5 + 8 = 20$$

$$8 + 5 + 1 + 6 = 20$$

$$4 + 9 + 5 + 2 = 20$$

$$5 + 2 + 6 + 7 = 20$$

$$4 + 8 + 6 + 2 = 20$$

C'est donc un carré harmonien.



suite de l'exercice 2:

2) a)  $A+B+C+D+E+F+G+H+I = 1+2+3+4+5+6+7+8+9$   
 $= \boxed{45}$

b)  $A+B+C+D+E+F+G+H+I$   
 $= (A+B+D+E) + (B+C+E+F) + (D+E+G+H) + (E+F+H+I)$   
 $\quad - B - D - 3E - F - H$   
 $= 4S - 3E - S$   
 $= 3S - 3E$   
 $45 = 3S - 3E$   
 $15 = S - E$   
 $\boxed{S = 15 + E}$

c) 

8	3	5
4	1	7
9	2	6

d) 

5	7	2
3	9	6
4	8	1

3) On suppose que A et I sont de même parité:

On sait que E est pair car

$$S = 15 + E \text{ et } S \text{ est impair.}$$

Si A et I sont pairs:

P		
	P	
		P

Pour que  $A+B+E+C$  soit impair, il faut seulement un chiffre impair.

Pour que  $E+F+H+I$  soit impair, il faut que ~~FFF~~ F ou H soit impair.